«ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ»

Пояснительная записка

Обучение математики в общеобразовательной школе определяется её ролью в развитии общества в целом и формировании личности каждого отдельного человека. Математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека. Каждому человеку в своей жизни приходится выполнять достаточно сложные расчёты, пользоваться общепотребительной вычислительной техникой, читать информацию, представленной в виде таблиц, графиков, диаграмм. Всё больше специальностей требующих высокого уровня образования. Таким образом, расширяется круг школьников, для которых математика становится профессионально значимым предметом.

При изучении математики в школе, тема «функции и графики» по учебным пособиям «Алгебра 7,8,9» авторы Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, и др. учащимся даётся минимум знаний, поэтому представленный элективный курс рекомендуется для 9 класса.

Элективный курс включает в себя углубленное изучение темы «функции и графики» базовых общеобразовательных программ. Всего на проведение занятий отводится 17 часа.

Теоретический материал представлен в виде лекций или докладов учащихся. Он включает в себя повторение и обобщение курса алгебры 7-9 класс по теме «функция и графики» и дополнительный материал с углубленным изучением этой темы. Некоторый теоретический материал даётся в виде блок-схемы, который заучивается учащимися.

После изучения теоретического материала проводятся уроки практикумы, на которых ведётся отработка умений и навыков пройденного материала. На таких уроках рассматриваются более сложные задания на построения графиков функций и их исследование. В программе предусмотрено проведение 3 тематических зачётов (по одному часу каждый).

В конце программы дан перечень литературы, которая позволит более качественно и шире изучить рассматриваемые темы.

Представленный элективный курс содержит 5 основных тем.

1. «Исторические сведения»
2. «Определение функции, способы задания, свойства».
3. «Построение графиков сложных функций».
4. «Преобразование графиков».
5. «Задачи, решаемые с помощью функций и графиков ».

В программу курсов включена самостоятельная, поисковая и творческая деятельность учащихся в виде тестов, докладов, творческих заданий. В программе предусмотрено проведение 3 тематических зачётов (по одному часу каждый), а в конце проводится зачётная работа.

Актуальность программы связана с новыми требованиями к содержанию образованию, компьютеризации общества требующей математической грамотности.

Данный элективный курс рассчитан в первую очередь на учащихся, желающих расширить и углубить свои знания по математике, сделать правильный выбор профиля обучения в старших классах и качественно подготовиться к ЕГЭ и конкурсным экзаменам в вузы. Он поможет школьникам систематизировать полученные на уроках знания по теме «функция и графики» и открыть для себя новые задания и их решения, которые не рассматриваются в рамках школьной программы.

<u>Цели курса</u>

1. Развитие устойчивого интереса учащихся к изучению математики.
2. Уточнить способность ученика осваивать выбранный предмет на повышенном уровне и готовности в дальнейшем к профильному обучению в школе и вузе.
3. Углубить изучение темы «Функции и графики».

4. Качественно подготовить к экзаменам по алгебре.

Задачи курса

- Систематизировать и углубить полученные знания и умения по теме «функция и графики».
- Развивать познавательный интерес и активность самостоятельного поиска решения и обучения.
- Качественно подготовиться к итоговой аттестации.
- Привить интерес к математике.

Представленный элективный курс содержит 5 основных тем.

--- Первая тема «Исторические сведения» является ознакомительной.

1. введение в элективный курс.
2. История возникновения понятия «Функция».

В ней рассматривается история возникновения понятия функции, как они задаются, как образуются классы функций, из чего конструируются формулы. История развития математического знания богата драмами идей, яркими личностями, что даёт обогатить запас историко-научных знаний учащихся.

---- Вторая тема «Определение функции, способы задания и свойства функции».

1. Вычисление значения функции по формуле.
2. Элементарные функции и их графики.
3. Исследование функций.

В этой теме идёт повторение школьного курса изучения функций: вычисление значений функции по формуле, элементарные функции и их графики и свойства функций. При изучении этой темы учащиеся выступают с докладами по отдельным выбранным темам.

Темы, предлагаемые учащимся: линейная функция, прямая и обратная пропорциональности, степенная функция, квадратичная функция.

--- Третья тема «Сложные функции».

1. Построение графиков кусочно-заданных функций.
2. Разрывные функции. Построение и исследование функций.
3. Графики многочленов.
4. Графики дробно-рациональных функций.
5. Построение графиков функций содержащих модуль.

В программе «алгебра 9» Ю.Н. Мордкович, в теме «Функция. Область определения и область значений функции» даются задания на построение кусочно-заданных функций, но их очень мало. В этой теме рассматриваются построение сложных функций более подробно, включая новые темы: построение графиков разрывных функций, многочленов, дробно-рациональных и функции с модулем.

--- Четвёртая тема: «Преобразование графиков»

Тема преобразования графиков учащиеся изучают в 9 классе, на примере квадратичной функции. В курсе даются правила преобразований исходного графика $y=f(x)$, при изменении формулы: $y=f(x)+a$; $y=f(x+a)$; $y=f(x+a)+b$; $y=fk(x)$; $y=f(kx)$; $y=f(-x)$; $y= - f(x)$; $y=/f(x)/$; $y=/f(x)/$.

--- Пятая тема «Задачи, решаемые с помощью функций и графиков ».

1. Решение уравнений и систем уравнений.
2. Решение неравенств второй степени графическим способом.
3. Координаты и графики.

В этой теме рассматриваются задания, решаемые графическим способом, это уравнения, системы уравнений, неравенства второй степени и задания на координаты и графики. Задачи закрепляют и дополняют знания учащихся полученные на уроках. В теме координаты и графики идёт повторение геометрии.

Учебно-тематический план

ТЕМА 1	Исторические сведения.	
Занятие1	Введение в элективный курс.	1 час
Занятие 2	Понятие «функции». Способы задания.	1 час
ТЕМА 2	Определение функции, способы задания. Свойства функции.	
Занятие 3	Формула задающая функцию.	1 час
Занятие 4	Элементарные функции и их графики.	1часа
Занятие 5	Исследование функции.	1 часа
Занятие 6	Самостоятельная работа. Тест.	1 час
ТЕМА 3	Сложные функции.	13 ч
Занятие 7	Разрывные и кусочно-заданные функции. Построение графиков и исследование.	1 час
Занятие 8	Построение графиков кусочно-заданных функций. Самостоятельная работа.	1часа
Занятие 9	Графики многочленов.	1 часа
Занятие 10	Графики дробно-рациональных функций.	1 час
Занятие 11	Построение графиков функций содержащих модуль.	
Занятие 12	Самостоятельная работа.	1 час
ТЕМА 4	Преобразование графиков.	2 часа
Занятие 13	Преобразование функций.	1часов
ТЕМА 5	Задания, в решении которых применяются функции и графики.	
Занятие 14	Решение уравнений и систем уравнений графическим способом.	1 часа
Занятие 15	Решение неравенств второй степени графическим способом.	1часа
Занятие 16	Координаты и графики.	1 час
Занятие 17	Самостоятельная работа.	1 час
Всего:	17 часов	

ЛИТЕРАТУРА

1. Алгебра и начала анализа 9 – 10, Алимов Ш.И. и др.- М., 1992
2. Алгебра и математический анализ – 9, Виленкин Н.Я. и др.- М., 1996
3. Функции и графики. Основные приёмы. Гельфанд И. М. и др.- М.: Наука, 1971.
4. Функции в природе и технике. Н.Я. Виленкин,-М.: Просвешение, 1985.
5. Алгебра. Учебное пособие для учащихся 9 кл. с углубленным изучением математики. Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин и др., - М., Просвещение, 2001.
6. Мордкович А.Г. Алгебра. Задачник для общеобразовательных учреждений 8, 9 кл. - М., Мнемозина, 2001.

7. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах. Книга для учителя. Авторы: В.А. Гусев, А.И. Орлов и др., под ред. С.И. Шварцбурда. – М., Просвещение, 1984.
8. Математические кружки в 8 – 9 классах. И.С. Петраков. – М., просвещение, 1987.
9. Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе. 2 изд. Авторы: Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова и др., - М., Просвещение, 2007.
10. Алгебра 9 класс. Пособие для подготовки к итоговой аттестации. авторы: Ф.Ф.Лысенко и др., изд. «Легион»**, - Ростов – на – Дону, 2006.**

ЗАНЯТИЕ 1

ТЕМА: Введение в элективный курс.

Цель урока:

План урока:

1. Организационный момент.
2. Вступительная часть «введение в элективный курс», задачи курса, требования к урокам.
3. Историческая справка. (лекция)
4. Домашнее задание.
5. Итог урока.

Ход урока.

--- Организационный момент.

---. Вступительная часть.

Математика, давно стала языком науки и техники, в настоящее время всё шире проникает в повседневную жизнь. Компьютеризация общества, внедрение современных информационных технологий требует математической грамотности человека почти на каждом рабочем месте. Это предполагает и конкретные математические задания, и определённый стиль мышления, вырабатываемой математикой.

Каждому человеку в своей жизни приходится выполнять достаточно сложные расчёты, пользоваться вычислительной техникой, читать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков. Всё больше специальностей, требующих высокого уровня образования, всё это связано непосредственно с применением математики. Таким образом, математика становится профессионально значимым предметом.

В основной школе вводится предпрофильное обучение, одной из целью которого является обеспечить углубленное изучение отдельных предметов общего образования. Частью программы предпрофильного обучения является проведение элективных курсов по предметам, которые помогают школьникам пополнить знания, полученные при изучении школьного курса математики.

Тема этого элективного курса «Функции и графики». В школьной программе тема «Функции» изучается с 7 класса. В течении трёх лет учащиеся проходят элементарные функции, построение графиков, определение свойств, применяют функции и графики при решении уравнений и неравенств второй степени.

В процессе изучения элективного курса учащиеся должны систематизировать все знания по этой теме, углубить и расширить теоретический и практический материал по этой теме, а также качественно подготовиться к итоговой аттестации в 9 классе.

При изучении элективного курса, идёт не только повторение изученного материала, но и изучается дополнительный материал: графики многочленов, дробно-рациональных функций, сложные функции содержащие модуль. В ходе занятий мы будем рассматривать кусочно-заданные и разрывные функции, научимся строить их и исследовать.

Задачи курса:

- Систематизировать и углубить полученные знания и умения по теме «функция и графики».
- Развивать познавательный интерес и активность самостоятельного поиска решения и обучения.
- Качественно подготовиться к итоговой аттестации.
- Привить интерес к математике.

--- Из истории математики.

Термин «Функция» произошёл от латинского function – исполнение, совершение впервые ввёл немецкий математик Готфрид Лейбниц (1646-1716 гг).

Как образно заметил великий Г.Галилей (1564-1642 гг.), «книга природы написана на математическом языке и её буквы – математические знаки и геометрические фигуры, без них невозможно понять её слова, без них тщетно блуждание в бесконечном лабиринте». А именно функция является тем средством математического языка, которое позволяет описывать процессы движения, изменения, присуще природе.

Начиная с 17 века одним из важнейших понятий является понятие функция. Идея функциональной зависимости исходит из глубокой древности, она содержится в первых математически выраженных соотношениях между величинами, в первых правилах действий над числами, в первых формулах. Например, формулы нахождения площади фигур S=a, S=3r, в таблицах квадратов и кубов, применявшимися вавилонянами.

Сознательное применение понятия функции и изучение функциональной зависимости берут своё начало в 17 веке в связи с проникновением в математику переменных. В геометрии Р.Декарта (1637г) и в работах Пьера Ферма, Ньютона и Лейбница, понятие функции было связано либо с геометрическими, либо с механическими представлениями.

Рене Декарт французский математик в своей «геометрии» рассматривал кривые, которые можно точно представить с помощью уравнений, при том алгебраических, т.е. «график»→ «формула». Постепенно понятие функции стало отождествляться с понятием аналитического выражения, т. е. формула.

Термин «функция» ввёл немецкий математик Готфрид Лейбниц. У него функция связывалась с графиком. В дальнейшем швейцарский математик Иоганн Бернулли и член Петербургской Академии наук Леонард Эйлер рассматривали функцию как аналитическое выражение, т.е. выражение, образованного из переменных и чисел с помощью тех или иных аналитических операций.

«Функция переменного количества есть аналитическое выражение, составленное каким-либо образом из этого переменного количества и чисел или постоянных количеств».

/Л.Эйлер/

Явное определение функции было впервые дано в 1718 г. Швейцарским математиком Иоганном Бернулли «Функцией переменной величины называют количество составленное каким угодно способом из этой переменной величины и постоянных».

Давайте попробуем переложить мысль И.Бернулли на современный язык, т.е. надо взять какую-то переменную (х) и при помощи известных нам алгебраических операций составить формулу в которой могут быть числа. По этой формуле из переменной х получается значение функции у. Ещё проще – функция есть формула с помощью которой из х получается у. Получается, что функция задаётся только с помощью формулы. Такой способ задания называется аналитический. Подробнее об этом способе мы поговорим в отдельной теме.

Далее в трудах Н.И.Лобачевского и немецкого математика Дирихле и других учёных, функцию стали рассматривать как соответствие между числовыми множествами. «Отношение между двумя множествами, при котором каждому элементу первого множества соответствует один и только один элемент второго множества называется функцией». Причём безразлично, каким образом установлено это соответствие – формулой, графиком, таблицей или просто словами.

--- Домашнее задание.

К следующему уроку подготовить доклады: биографии учёных математиков работавших над темой «функция» (Р.Декарт, Л.Эйлер, Лейбниц, Н.И.Лобачевский), интересное сообщение о функциях.

---. Итог урока.

ЗАНЯТИЕ 2

Тема: Понятие «Функции». Способы задания функции.

Цель урока:

План урока:

1. Организационный момент.
2. Заслушивание докладов.
3. Теоретический материал в виде лекции.
4. Способы задания функции.
5. Домашнее задание.
6. Итог урока.

Ход урока:

--- Организационный момент.

--- Доклады: биографии математиков (Р. Декарт, Л.Эйлер, Н.И.Лобачевский).

--- На предыдущем уроке мы рассмотрели одно из определений функции, как отношение между множествами при котором каждому элементу первого множества ставится в соответствие один элемент второго множества.

Рассмотрим несколько примеров таких зависимостей.

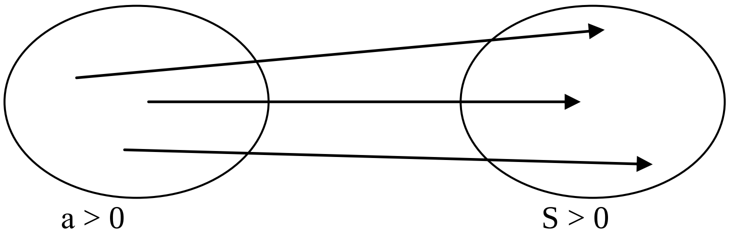
- Площадь квадрата, зависит от стороны квадрата. Эту зависимость мы можем записать в виде формулы $S= a^2$

При этом множествами будут длина стороны и площадь соответствующего квадрата.

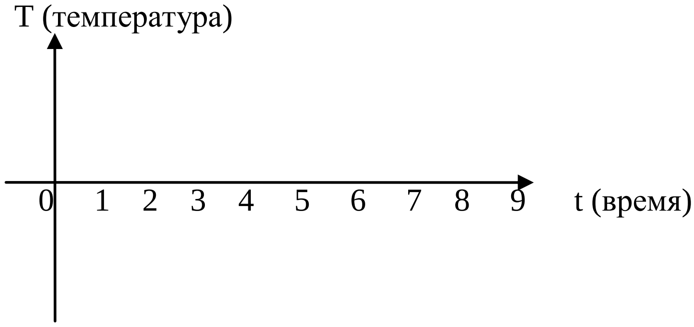
a=3 см, S=9 см Множество a Множество S

a=4 м, S=14 м
a=5 дм, S=25 дм

S= f (a)



- В течении суток измеряли температуру. Зависимость температуры от времени T = f (t), изображена на графике.



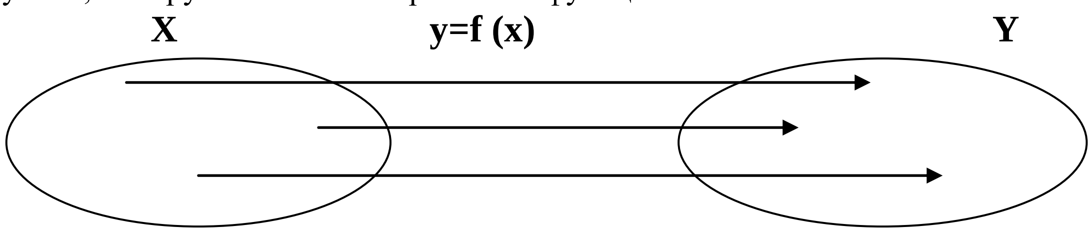
- Стоимость проезда в поезде обозначим буквой m, она зависит от номера зоны N, к которой относится станция. m=f (N) эта зависимость показана с помощью таблицы.

N	1	2	3	4	5
m	10	10	12	12	15

- В нашем классе есть стул, на каждом из них сидит 1 ученик т. е. каждому ученику соответствует единственный стул. Ученик =f (стул)

Для множества стульев задано множество учащихся.

В этих примерах мы рассматривали два множества и различные зависимости между ними. И так в окружающей нас действительности мы всюду наблюдаем явления, органически связанные между собой. Нередко эти явления сопровождаются связями между величинами. Эта связь заключается в том что одна величина, зависит в силу определённого закона или правила от другой. В математике такими величинами выступают две переменные. В таких случаях говорят, что одна величина есть функция от второй величины. При этом одну величину называют независимая переменная или аргумент, а вторую зависимая переменная функция.



$a \le x \le в$ (ограниченное множество) $m \le y \le n$ (ограниченное множество)

$-\infty \le x \le +\infty$ (неограниченное множество) $-\infty \le y \le +\infty$ (неограниченное множество)

X – множество всех значений независимой переменной образуют область определения функции. Д(у) или ОДЗ (множество значений х при которых функция существует)/

Y – множество значений зависимой переменной образует область значения функции Е (у), те значения, которые может принимать функция.
Функция в общем понимании называется любой закон (правило), по которому каждому объекту из некоторого множества (области определения функции) поставлен в соответствие некоторый объект из другого множества (область значения функции).
Обозначения: y=f(x), y=g(x), y=h(t), x=v(t).
Примеры функций: y=2x+5 y=f(x)
$S=a^2$ S=f(a)
$x=\sqrt{t+4}$ x=f(t)
--- В рассмотренных нами примерах мы определили основные способы задания функций:

- аналитический (с помощью формул)
- графический
- табличный
- словесный.

С этими классическими способами представления функции часто приходится иметь дело при установлении и изучении зависимостей, как в естествознании, так и в математике.
Табличный способ важен потому, что является основным при обнаружении реальных зависимостей и может оказаться к тому же единственным средством их задания (формулу не всегда удаётся подобрать, а порой в ней и нет необходимости). К табличному заданию функции часто переходят при выполнении практических расчётов, с ней связанных, например:, применение таблиц квадратных корней удобно при проведении расчётов. Появление современных ЭВМ с их безграничными возможностями хранения и переработки информации. С математической точки зрения, табличное задание непрерывных зависимостей всегда неполно даёт информацию о значениях функции в отдельных точках. Другим недостатком является его неудобство для восприятия и теоретического анализа, его громоздкость.
Графический способ также является одним из средств их фиксации при изучении реальных явлений. Это позволяет делать различные «самопишущие» приборы, такие как сейсмограф, электрокардиограф, осциллограф и т.д. изображающие информацию об изменениях измеряемых величин в виде графиков. Но если есть график, то значит, определена и соответствующая ему функция. Графическое представление функции очень удобно для непосредственного восприятия её способностей, характерных свойств. Такая возможность особенно благоприятна для изучения многих вопросов, связанных с функциями, в частности, в школьном курсе алгебры и начала анализа. Как говорят, лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать. Поэтому при исследовании функции всегда желательно представит, хотя бы ориентировочно, её график.
Однако графический способ неудобен для расчётов; к тому он является приближённым и неполным.
Аналитическое (формульное) задание функции отличается компактностью, легко запоминается и содержит в себе полную информацию о зависимости. Этот способ удобен для проведения для проведения теоретических выкладок, применения классических методов анализа функции и записи результатов. Из формул не всегда легко усмотреть свойства функции, представить её поведение. С этой целью функцию исследуют и строят график.
Три способа задания функции – табличный, графический и аналитический – применяются уже многие десятилетия. Применяя ЭВМ, мы сталкиваемся ещё с одним способом задания функции – с помощью программы, т.е. подробной инструкцией, в которой указана последовательность арифметических и логических действий, которые надо совершить над значением независимой переменной, чтобы получить точное или приближённое значение функции. Такая программа, записанная на соответствующем алгоритмическом языке, вводится в ЭВМ, чем и задаётся рассматриваемая функция.

Программы для вычисления наиболее распространённых функций постоянно хранятся в «долговременной» памяти ЭВМ, и составлять эти программы заново не требуется.

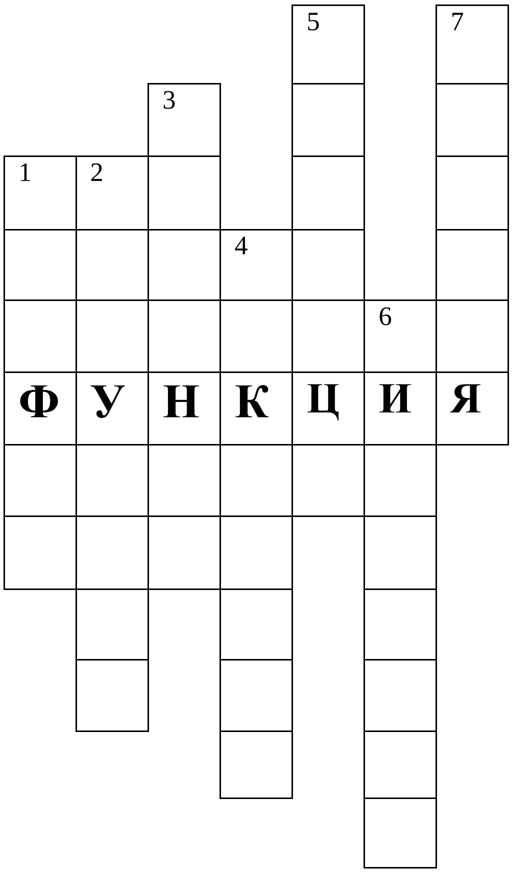
Решение различных вопросов, связанных с функцией, требует переходов к различным способам её представления: «таблица-график-формула», «формула – таблица-график». Переход от одного способа к другому требуется при исследовании аналитически заданной функции или всё зависит от сути решаемых вопросов.

Задание: Решить кроссворд и разгадать слово в центре.(приложение №1)

1. Одно из заданий функции. (график)
2. Название независимой переменной. (аргумент)
3. Немецкий математик, живший в 17 веке. Впервые ввёл термин «функция». (Лейбниц)
4. Французский математик создатель системы координат. (Декарт)
5. Одно из заданий функции. (таблица)
6. График функции $y=\dfrac{k}{x}$. (гипербола)
7. график функции y=kx. (прямая)

--- Домашнее задание: 3)Доклады учащимся: Линейная функция, степенные функции (квадратичная и кубическая), обратная пропорциональность, модуль из x, корень из x.

--- Итог урока.



ЗАНЯТИЕ 3

Тема: Что понимать под формулой задающей функцию?

Цель урока: Повторить понятие и способы задания функции. Уметь вычислять значение функции по формуле или находить значение аргумента по значению функции.

План урока:

1. Организационный момент.
2. Теоретический материал.
3. Работа с формулами.
4. Домашнее задание.
5. Итог урока.

Ход урока:

--- Организационный момент. Цель урока.

--- Самый простой способ задания функции с помощью формулы. В формулу входят две переменные независимая переменная (х) и зависимая переменная (у). При этом область определения функции может быть дополнительно задана: например, может быть сказано, что функция $y=2x+5$ рассматривается при $1\leq x \leq 3$. Если такого указания нет, то область определения функции, заданной формулой, считают множество значений аргумента, при которых все вычисления по формуле могут быть выполнены и дают однозначно определённый ответ.

Но откуда появляются сами формулы? Некоторые из них выводятся с помощью геометрических или физических рассуждений. Так, в геометрии выводится формула $S=\Pi r^2$, задающая площадь S круга как функцию его радиуса r. В физике выводится формула: s=$\frac{at}{2}$, задающая путь s, пройденный телом при движении с постоянным ускорением a, начиная из положения покоя, как функция времени t движения.

--- .Работа с формулами.

1. Найти значение функции y=-0,2x - 4,8 при значении аргумента равного – 25; -12; 45; 60; $\frac{5}{8}$; - 1,5. При каком значении аргумента, значение функции равно 0; - 5; 3,4.
2. Функция задана формулой а) y=3x^2 + 5x -2, б) y= - x^2 - 4x + 5. Найти значение функции, при значении аргумента равного 0; - 3; 4. Найти значение аргумента, если значение функции равно 0; - 2.
3. Вычислить для функции f(x)= - 4x^2: f(-2), f(0,3), f(-$\frac{1}{4}$), f(a), f(-3a), f(5a), f(x)+3, f(a+2), f(x+6), f(x+2)-1, f(x-8)+5.
4. Задана функция а) f(x)= 1,5x^2. Найти: f(- x), f(3x), f(-2x), f(2x+4), f(3x-1), f(x+2) – 5.

   б) f(x)= $\frac{-4}{x}$. Найти: f(x^2), f($\frac{1}{x}$), $\frac{1}{4}$f(x), f^2(x), $\frac{1}{f(x)}$, f^3(x).

5. № 5.11(1в) Запишите уравнение прямой, проходящей через точки A(- 12; -7) и B(15; 2). Найти точки пересечения этой прямой с осями координат.

Решение: уравнение прямой имеет вид y=ax + b, необходимо найти коэффициенты a и b. Так как прямая проходит через точки A и B, значит мы можем подставить координаты этих точек в уравнение прямой y=ax+b.

A(- 12; - 7) - 12a + b = - 7 Решим систему способом сложения

B(15; 2) 15a +b = 2

$\begin{cases} -12a + в = -7 \\ 15a + в = 2 \end{cases}$ умножим первое уравнение на (-1), получим $\begin{cases} 12a - в = 7 \\ 15a + в = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} 27a = 9 \\ 15a + в = 2 \end{cases}$ a = $\frac{1}{3}$ 15 · $\frac{1}{3}$+в =2; 5 + в =2; в = - 3

Уравнение имеет вид y=$\frac{1}{3}$x – 3

Найдём точки пересечения с осями координат.

1) Если график пересекает ось x, то y=0 значит $\frac{1}{3}$x – 3 =0; $\frac{1}{3}$ x = 3; x = 9. точка (9;0)

2) Если график пересекает ось y, то x = 0 значит y = $\frac{1}{3}$ · 0 – 3; y = - 3. точка (0; - 3)

Ответ: уравнение прямой y=$\frac{1}{3}$x – 3, точки пересечения с осями координат (9; 0) (0; -3)

--- Домашнее задание.

1) Творческое задание: задать формулой функцию и вычислить для неё f(-5), f(0,6), f (-4a), f(a+8), f(x)-7.

2) С.З. 5.11 (2в), 5.12, 5.14

--- Итог урока.

ЗАНЯТИЕ 4

ТЕМА: Элементарные функции и их графики.

Цель урока: Повторить функции изученные в алгебре 7-9 классах. Уметь строить элементарные функции. Знать блок – схему «функции».

План урока:

1. Организационный момент.
2. Теоретический материал.
3. Практическое задание.
4. Домашнее задание.
5. Итог урока.

Ход урока:

--- Организационный момент. Тема урока. Цель урока.

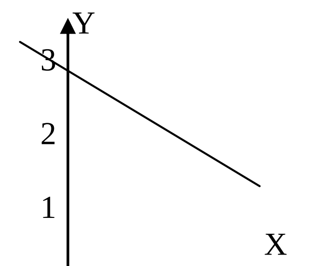
--- Теоретический материал. Повторение школьного курса математики. Заслушать доклады о элементарных функциях. Составить блок схему по теоретическому материалу: Функции. Элементарные функции. (приложение № 2)

--- Практическое задание.

1. Построить график функции $y= -\frac{1}{2}x + 3$. Какие значения принимает функция, если $0 \le x \le 8$?

Решение: $y= -\frac{1}{2}x + 3$ - график прямая, чтобы построить прямую, найдём две точки.

x	0	2
y	3	2



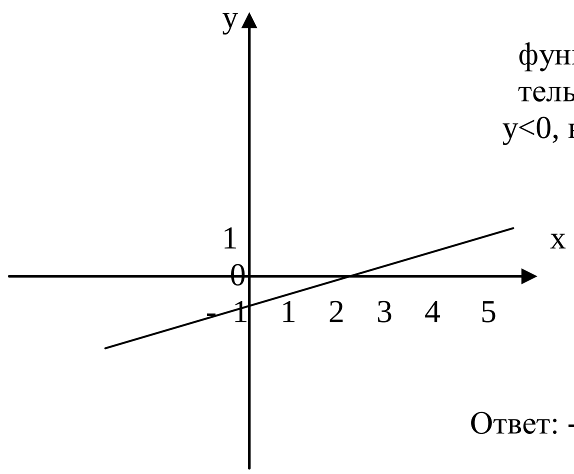
при x=0 $y=-\frac{1}{2}\cdot 0+3=3$
при x=8 $y=-\frac{1}{2}\cdot 8+3=-1$

$-1 \le y \le 3$

2. Построить график функции у=0,4х – 1. При каких значениях аргумента функция принимает отрицательные значения?

Решение: у=0,4х – 1 – график прямая, чтобы построить прямую найдём две точки.

х	0	5
у	-1	1



функция т. е. у- отрицательные значения
у<0, найдём нуль функции

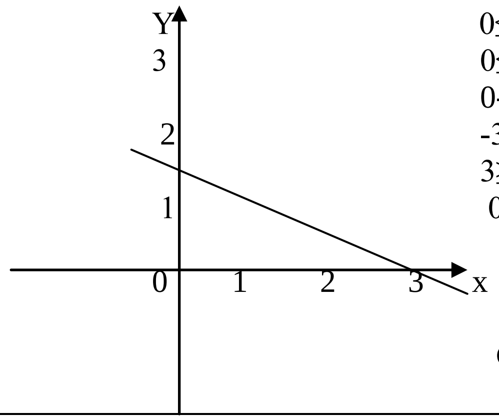
0,4х – 1<0
0,4х< 1
х<1:0,4
х<2,5
-∞< х< 2,5

Ответ: -∞<х<2,5.

3. Построить график функции у $=\frac{3-x}{2}$. При каких значениях х выполняется неравенство 0≤у≤1,5?

Решение: у=$\frac{3-x}{2}$ -график прямая, чтобы построить график найдём две точки.

х	1	3
у	1	0



$0 \le (3-x):2 \le 1,5 \quad /\cdot 2$

$0 \le 3-x \le 3$

$0-3 \le -x \le 3-3$

$-3 \le -x \le 0 \quad /\cdot(-1)$

$3 \ge x \ge 0$

$0 \le x \le 3$

Ответ: $0 \le x \le 3$.

--- Домашнее задание: 1) Построить графики элементарных функций:

У= $-3x+6$; $y = 9x$; $y = -8$; $x = 5$; $y = x^2$; $y = x^3$; $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{6}{x}$; $y = -\frac{12}{x}$.

2) С.З 4.1, 4.3 (2 вариант)

3) Выучить блок схему.

--- Итог урока.

БЛОК – СХЕМА

Функции

<u>Определение:</u> ***Если <u>каждому</u> элементу x из множества X поставлен в соответствие, по определённому закону, <u>единственный</u> элемент y из множества Y, то говорят, что задана <u>функция</u> y= f (x).***

x- независимая переменная или аргумент

y – зависимая переменная или значение функции

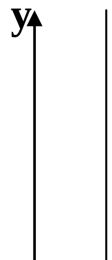
<u>Способы задания:</u> формулой, графиком, таблицей и т.д.

<u>Элементарные функции</u>

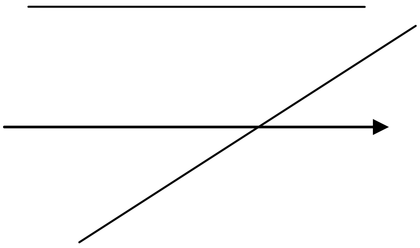
y= kx + b *<u>линейная функция</u>*, график - *прямая*

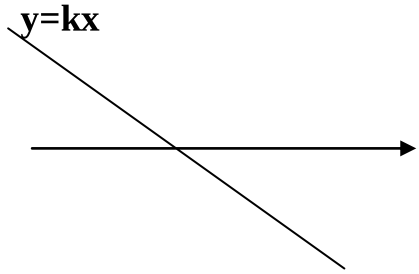
y=b

y=kx прямая пропорциональность
График – прямая проходящая через точку (0;0)
y=b и x=a функции называемые константой
(b, a -числа)

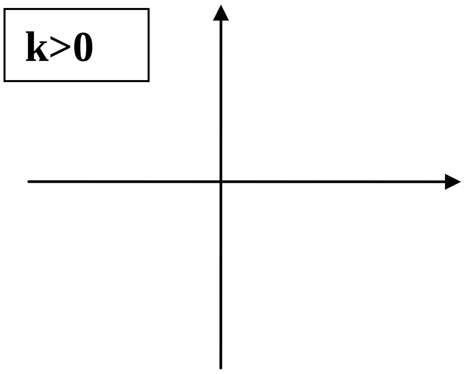


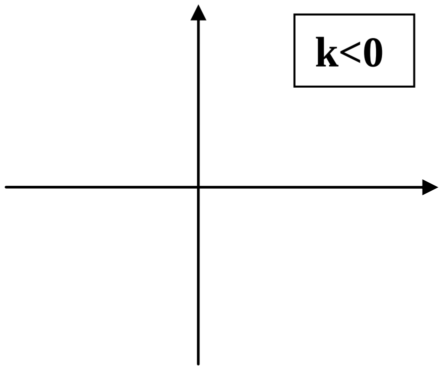
x=a





$y=\frac{k}{x}$, k≠0, x≠0 – *<u>обратная пропорциональность</u>*

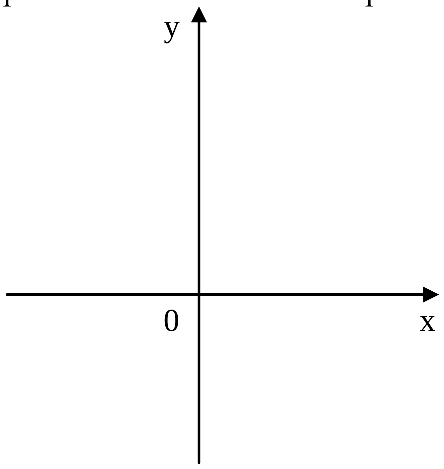




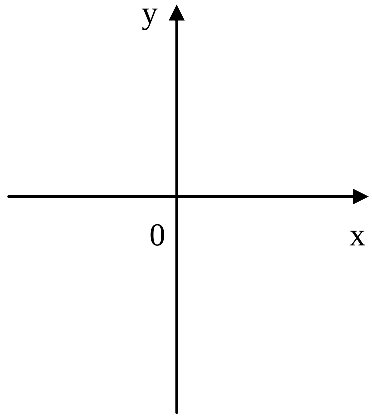
Графиком обратной пропорциональности является гипербола.
Гипербола состоит из двух ветвей.

$y=x^n$ при n>1 *<u>степенная функция</u>*
(при n=1 получаем функцию y=x
называемую тождественной)
график – *парабола*

При n – чётном $y=x^2$, $y=x^4$, $y=x^6$, ветви параболы расположены в 1 и 2 четвертях.

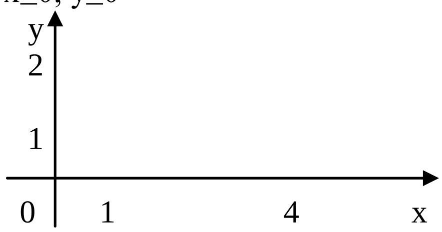


При n – нечётном $y=x^3$, $y=x^5$, $y=x^7$, ветви параболы расположены в 1 и 3 четвертях.



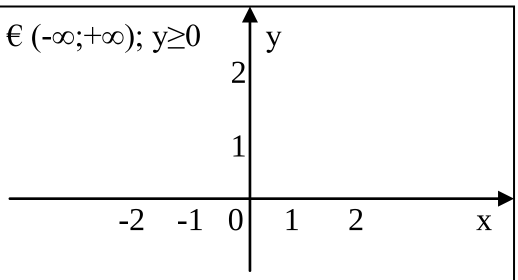
Функция $y=\sqrt{x}$

$x \geq 0$; $y \geq 0$



Функция y=|x|

x € (-∞;+∞); y≥0



Занятие 5

ТЕМА: Элементарные функции и их графики.

Квадратичная функция.

Цель урока:

Образовательная: Повторить понятие «Функция», графики элементарных функций. Знать определение «Квадратичной функции», построение графика квадратичной функции. Уметь строить график квадратичной функции.
Воспитательная: Воспитывать аккуратность, точность в построении графиков. Повышенный темп работы.
Развивающая: Развивать мышление, находчивость, сообразительность, эстетические способности, интерес к предмету. Самостоятельность в обучении.

План урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение блок-схемы.
3. Проверочный тест.
4. Теоретический материал.
5. Практические задания.
6. Домашнее задания.
7. Итог урока.

Ход урока.

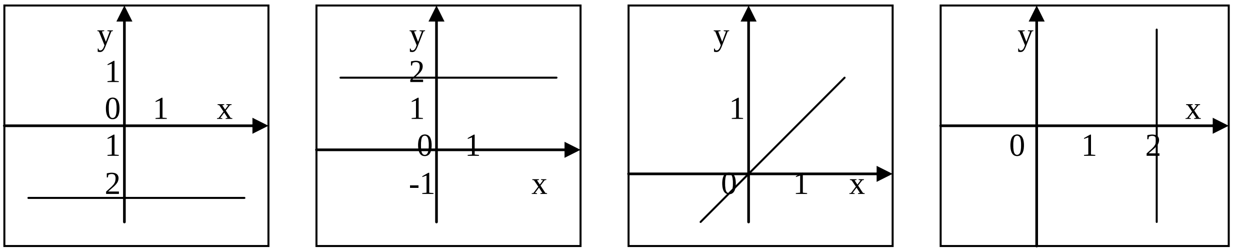
--- Организационный момент. Тема урока. Цель урока.
--- Повторение блок – схемы в виде полётного опроса.
Вопросы: 1.Что такое функция?

2. Какие вы знаете способы задания функции?
3. Виды линейных функций их графики.
4. Обратная пропорциональность её график.
5. Степенная функция её график.
6. Графики функций корень из x, модуль из x.

--- Проверочный тест. (приложение № 3)
--- Теоретический материал по теме: «Квадратичная функция».
Изучить блок – схему по теме: «Квадратичная функция». (приложение №4)
--- Практические задания.
1. Постройте график функции $y = -2x^2 + 4x - 3$.
Укажите наибольшее значение этой функции.
2. Постройте график функции $y = x^2 - 2x - 3$. Какие значения принимает функция, если $0 \le x \le 4$?
3. Постройте график функции $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$. Найдите координаты точек пересечения с осью x.
--- Домашнее задание: 1)Выучить блок – схему.
2) С.З № 4.4, 4.7, 4.8.(2 вариант)
--- Итог урока.

ТЕСТ № 1

№ 1 Каждую прямую, построенную на координатной плоскости, соотнесите с её уравнением.
А) y = x Б) x = 2 В) y = 2 Г) y = - 2

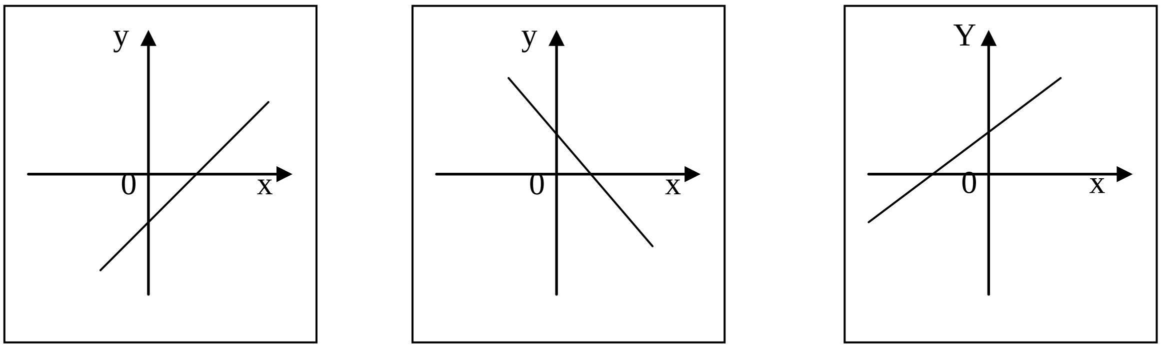


№ 2 На рисунке изображены графики функций вида y=kx + b.

Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b.

А) k>0, b>0 Б) k>0, b<0 В) k<0, b>0

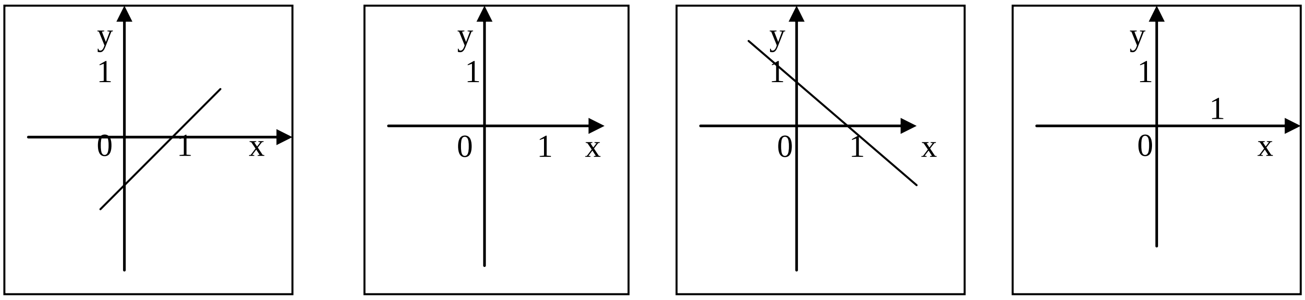
1) 2) 3)



№ 3 Для каждой функции, заданной формулой, укажите её график.

А) $y = - x + 1$ Б) $y = x – 1$ В) $y = x^2 – 1$ Г) $y = \frac{1}{x}$

1) 2) 3) 4)



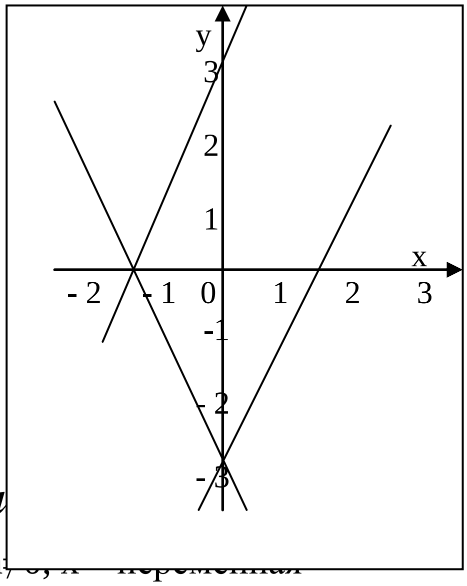
№ 4 Какая из следующих прямых отсутствует на рисунке?

А) $y = 2x + 3$

Б) $y = 2x - 3$

В) $y = - 2x + 3$

Г) $y = - 2x - 3$



№ 5 Из данных уравнений подберите второе уравнение системы $y = \frac{1}{x}$ так, чтобы она имела два решения. (Используйте графическое представление)

А) $y = - x$ Б) $y = x$ В) $y = x^2$ Г) $y = x^2$

БЛОК – СХЕМА

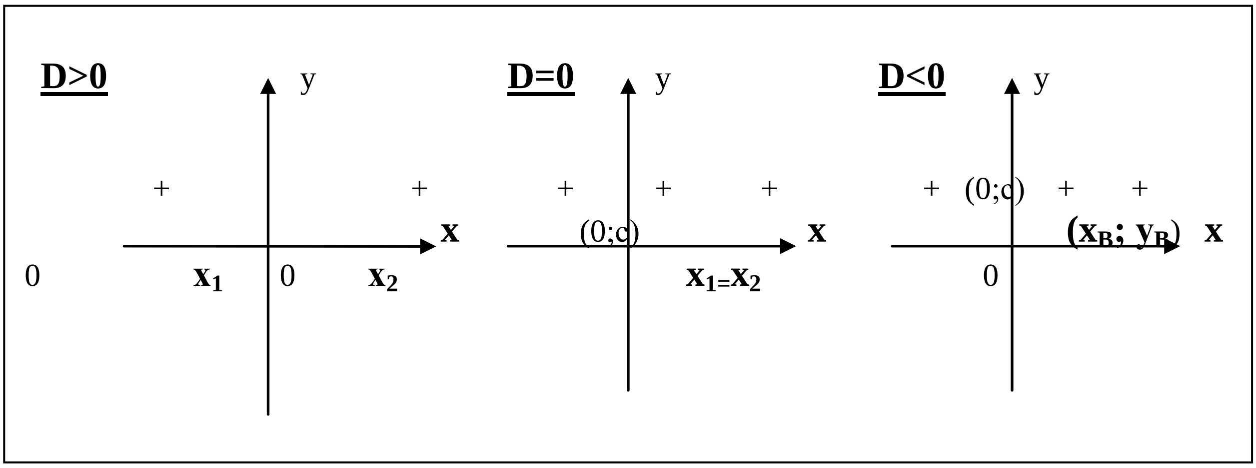
Квадратичная функ

$y= ax^2 + bx + c$, где a,b,c – числа, a

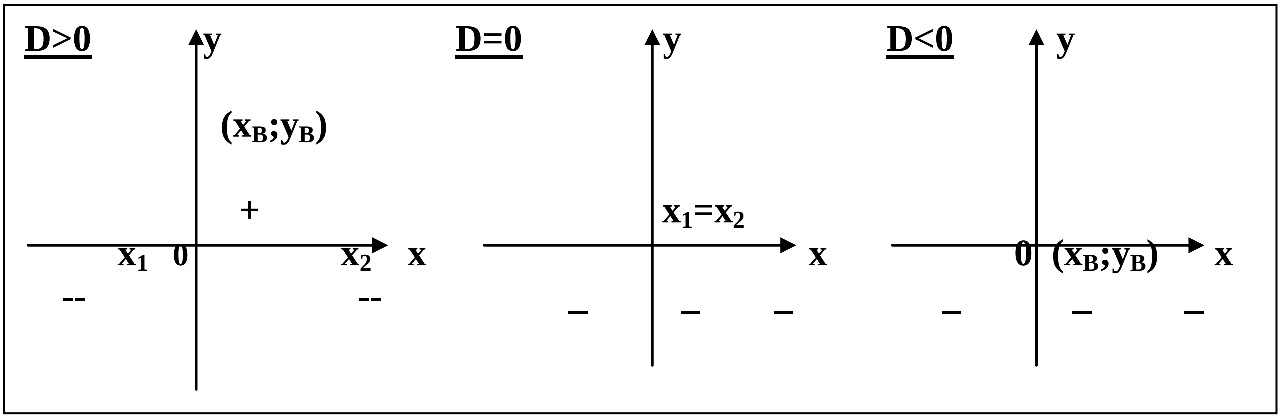
График – ***парабола.***

Чтобы построить параболу надо: 1. Определить направление ветвей.

<u>Если $a>0$ –ветви вверх</u>



<u>Если $a<0$ – ветви вниз</u>



2.Найти вершину параболы.

Вершина параболы: $(x_B;\, y_B)$ $\quad x_B=\dfrac{-b}{2a}$; $\quad y_B=ax_B^{\,2}+bx_B+c$ или

$$y_B=-\frac{b^2}{4a}+c.$$

3.Пересечение с осями: ОУ $\Leftrightarrow x=0,\ y=c$;

ОХ $\Leftrightarrow y=0$, т.е. $ax^2+bx+c=0$, x_1, x_2 – нули функции.

4.Составить таблицу с контрольными точками.

5.На координатной плоскости отметить вершину, точки из таблицы.

6. Соединить точки.

ЗАНЯТИЕ 6

ТЕМА: Исследование функций.

Цель урока: Повторить свойства функции ввести новые свойства функции. Уметь по графику определять свойства функции.

План урока:

1. Организационный момент.
2. Теоретический материал.
3. Практическое задание.
4. Домашнее задание.
5. Итог урока.

Ход урока:

--- Организационный момент. Тема урока. Цель урока.

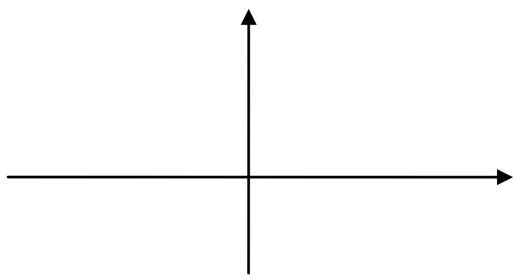
--- Теоретический материал.

Говоря о построении графика функции, будем иметь в виду лишь его эскизное изображение, отражающее характерные особенности функции, передающее её ход на всей области определения.

Можно не размышляя, вычислить много значений функции и построить её график, соединяя полученные точки плавной кривой. Сейчас с такой задачей легко справляется ЭВМ.

Наша цель – научится передавать графические качества функций, иными словами, рисовать не столько графики-копии, сколько графики портреты.

Изучая свойства, мы будем давать полную характеристику функции по данному графику. Мы сможем перечислить все её основные особенности, а быть может, и укажем формулу, задающую функцию с таким или сходным по формуле графиком.



Так, например, математик, взглянув на рисунок, сказал бы примерно следующее: «Перед нами график некоторой функции. Она всюду определена и непрерывна. Всюду положительна, поскольку график расположен выше оси абсцисс. Чётная, так как график симметричен относительно оси ординат. Возрастает на промежутке от минус бесконечности до нуля и убывает на промежутке от нуля до плюс бесконечности. Имеет единственный экстремум – максимум при $x = 0$.

Ось абсцисс является асимптотой, поскольку график неограниченно к ней приближается при иксе, стремящемся к плюс бесконечности и при иксе стремящемся к минус бесконечности; значит, функция стремится к нулю при стремлении аргумента к плюс или минус бесконечности.»

Чтобы правильно отражать на графике и считывать по нему характерные свойства, особенности функции, следует хорошо понимать как сами свойства, так и способы их графического выражения.

Исследовать функцию это значит найти все свойства данной функции.

<u>СВОЙСТВА ФУНКЦИИ</u>

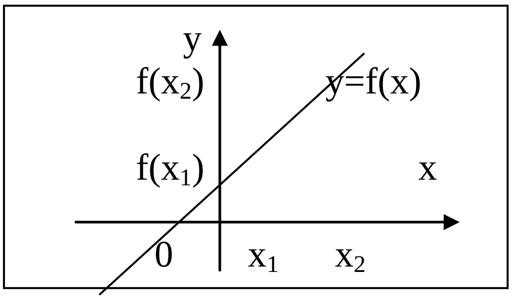
1. D(y) - область определения функции или О.Д.З. (это множество аргументов x, при которых функция существует).

Если функция задана формулой то это множество аргументов при которых выражение имеет смысл.

2. E(y) – область значений функции (те значения, которые может принимать функция)
3. Точки пересечения с осями координат.
   С осью ОХ $\Leftrightarrow$ y = 0 (нули функции) т. е. решить уравнение f(x) = 0
   С осью О У $\Leftrightarrow$ x = 0 т.е. найти точку (0;y)
4. Монотонность функции. (возрастание, убывание, постоянство)

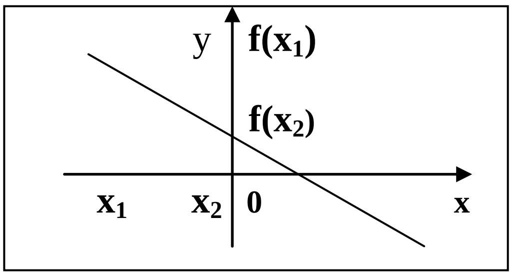
Функция y = f(x) называется *возрастающей,* если большему значению аргумента соответствует большее значение функции.

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$$



Функция y = f(x) называется *убывающей,* если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

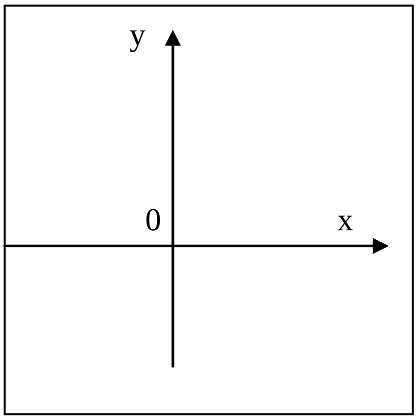


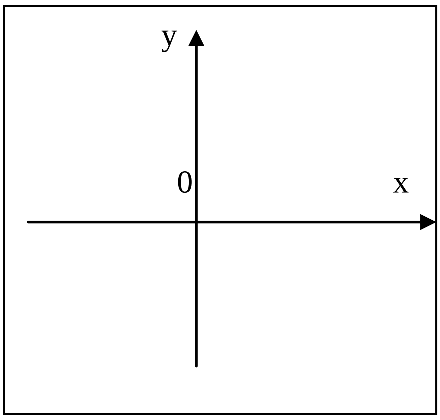
5. Ограниченная или неограниченная функция (ограничение могут быть слева или справа, сверху или снизу).
6. Непрерывность функции (непрерывная или разрывная).
7. Выпуклость функции.
8. Точки экстремума (максимальное (y_{max}) и минимальное (y_{min})значение функции, точки перегиба).
9. Знаки постоянства (положительное и отрицательное значение функции y>0, y<0).
10. Чётность или нечётность функции.

График чётной функции симметричен относительно оси ОУ.

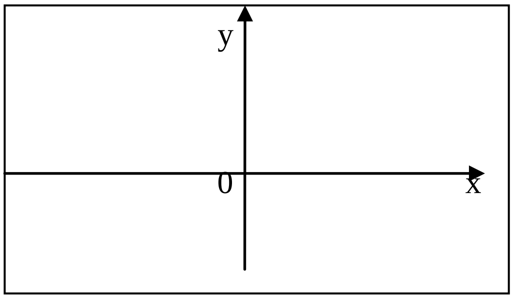
График нечётной функции симметричен относительно начала координат.

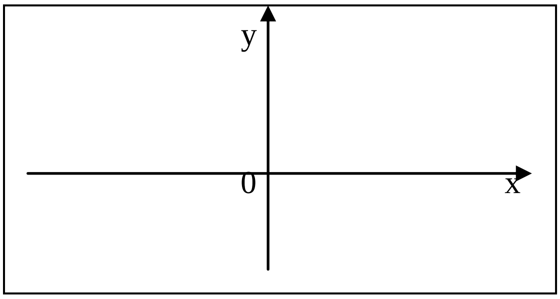
Примеры: $y = x^2$ – чётная функция $y = x^3$ – нечётная функция

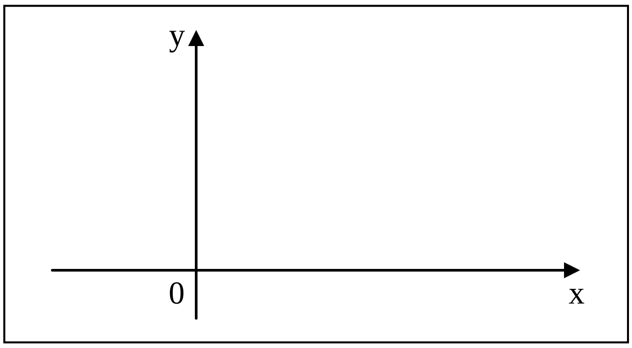




--- Практические задания.
Исследуйте функцию по графику. (письменно)







Краткий перечень терминов и их графическое толкование.

Непрерывность – неразрывность кривой, изображающий график, возможность её начертания без отрыва карандаша от бумаги.

Гладкость – плавность кривой; график поворачивает постепенно, не имеет изломов и заострений.

Возрастание – подъём точки, движущейся по графику слева направо.

Убывание – спуск точки, движущейся по графику слева направо.

Постоянство функции – параллельность графика оси абсцисс.

Знакопостоянство функции – расположение графика выше (ниже) оси абсцисс.

Выпуклость вверх (вниз) – любая дуга графика лежит выше (ниже) стягивающей её хорды; касательная при движении точки касания по графику слева направо поворачивается по часовой стрелке (против неё).

Чётность функции **–** симметричность графика относительно оси ординат. (аналитически выражается тождеством f(x) = f(-x)).

Нечётность функции – симметричность графика относительно начала координат.(аналитически выражается тождеством).

Периодичность функции – график можно разбить на одинаковые по форме участки, получаемые один из другого сдвигом вдоль оси абсцисс.

Ограниченность сверху (снизу) – расположенность графика всюду ниже (выше) некоторой прямой, параллельной оси абсцисс.

Асимптота – прямая, к которой неограниченно приближается точка, движущая по графику, неограниченно удаляясь от начала координат.

Вертикальная асимптота – прямая x=c, где c – точка «бесконечного разрыва» графика, при стремлении аргумента к которой слева или справа значение функции неограниченно возрастает по абсолютной величине(при этом график уходит неограниченно вверх или неограниченно вниз).

Горизонтальная асимптота – прямая y=a, к которой неограниченно приближается график при $x \to +\infty$(правая асимптота) или $x \to -\infty$(левая асимптота).

Наклонная асимптота – прямая y=kx+b, к которой график неограниченно приближается при $x \to +\infty$ (правая асимптота) при $x \to -\infty$(левая асимптота).

Характерные точки графиков

Нули (корни) функции – точки, в которой график достигает оси OX. Аналитически – решение уравнения f(x) = 0.

Точка максимума – абсцисса «вершины графика», точка, в которой функция определена и в которой возрастание функции сменяется на убывание.

Точка минимума – абсцисса «дна впадины» на графике, точка, в которой функция определена и её убывание сменяется на возрастание.

Точка экстремума – точка максимума или точка минимума.

Точка перегиба – точка графика, при переходе через которую меняется направление его выпуклости.

Точка излома – точка графика, в которой резко, скачком меняется направление движения по графику.

Точка разрыва – точка на оси абсцисс, при прохождении над или под которой график терпит разрыв, для его продолжения необходимо оторвать карандаш от бумаги. Также к точкам разрыва относятся концы области определения функции, в которых она не определена.

--- Домашнее задание: 1) Выучить свойства функции.
2) Творческое задание. Нарисовать две функции, описать свойства этих функций.
--- Итог урока.

ЗАНЯТИЕ 7
ТЕМА: Исследование функций.

Цель урока:1) Знать свойства функции.
2) Уметь определять свойства функций по графику и некоторые свойства, по формуле.
3)Формирование умений строить график квадратичной функции и исследовать её.
4)Развитие аналитического мышления, эстетического вкуса.

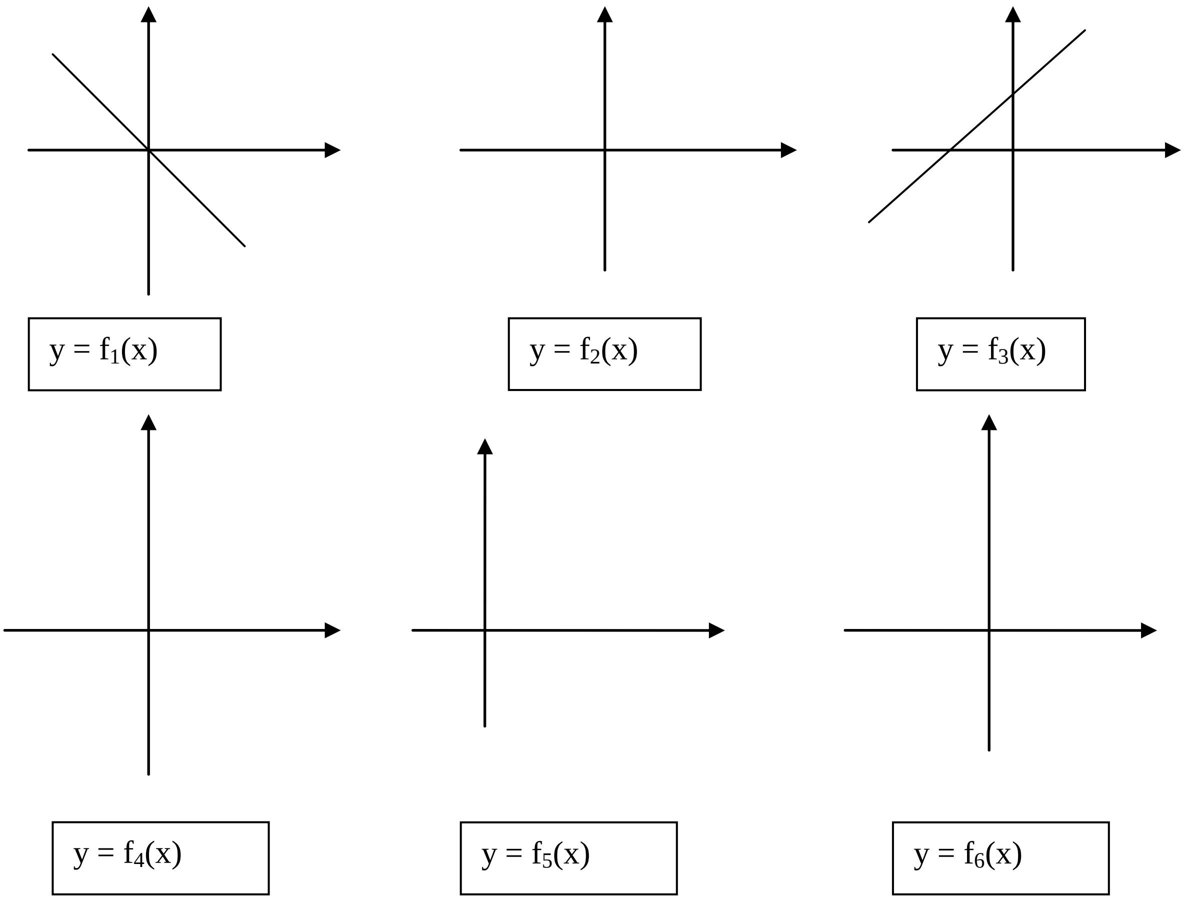
План урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение. (устное)
3. Практическое задание.
4. Домашнее задание.
5. Итог урока.

Ход урока:

--- Организационный момент. Тема урока. Цель урока.
--- Повторение.
Исследовать функции.
Устные задания.

1) На доске графики (схематично):



Учащиеся определяют вид каждой из функций. Определяют свойства.

2) Найти область определения функций.

$y = 2x - 3$ $\quad y = \dfrac{3}{x}$ $\quad y = \dfrac{x+3}{5}$ $\quad y = |x|$ $\quad y = \sqrt{x}$

$y = 3x^2 + 5x - 4$ $\quad y = \sqrt{x-3}$ $\quad y = \dfrac{6}{x-4}$ $\quad y = \dfrac{7}{(x-4)(x+2)}$

--- Практические упражнения.

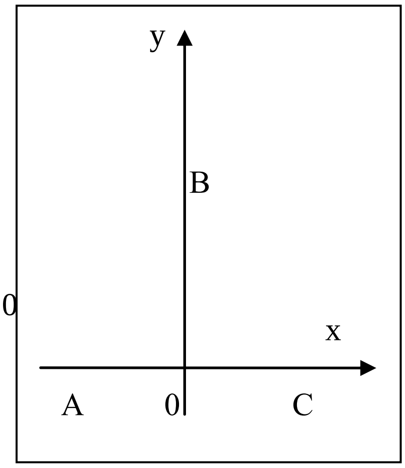
1) Найти область определения функций: у = $\dfrac{8}{x(2x-4)(8+4x)}$;   у = $\dfrac{1}{x-1}$

у = $\sqrt{x-3}+\sqrt{x}$; у = $\sqrt{x-\dfrac{3}{4}x^2}$; у = $\sqrt{3-2x-x^2}$; у = $\dfrac{1}{\sqrt{3x+11x-4}}$.

2) Найти пересечение графика с осями координат: у = 6 – 2х; у = $2x^2 + 11x - 6$;
у = (х. +6)(х. - 12); у = $x^2 - 36$.

3) Найти положительные, отрицательные значения функции и нули функции.
У = 5х + 3; у = - 6х – 24.

4) На рисунке изображён график функции
у = $x^3 - x^2 - 4x + 4$.
Найдите координаты точек   А, В и С.



Решение: 1) Найдем пересечение с осью ОУ,
точка В $\Rightarrow$ х=0, у = $0^3 - 0^2 - 4\cdot 0 + 4 = 4$.
Точка пересечения с осью ОУ :   В(0;4)
2) Найдём пересечение с осью ОХ, точки А и С $\Leftrightarrow$ у = 0

$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$

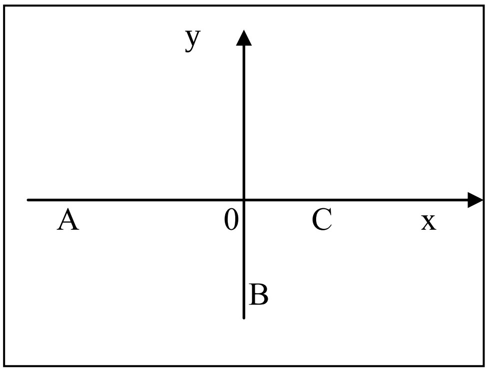
$x^2(x - 1) - 4(x - 1) = 0$

$(x - 1)(x^2 - 4) = 0$

$(x - 1)(x - 2)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1,\ x_2 = 2,\ x_3 = -2$.

Точки пересечения с осью ОХ: (- 1;0),(- 2; 0), (2;0) согласно рисунку А(-2;0), С(2;0)
Ответ: В(0;4), А(- 2;0), С(2;0).

5) На рисунке изображён график функции у = $-9x^4 + 10x^2 - 1$.
Найдите координаты точек А, В и С.



Решение: 1) Найдем точку пересечения с осью ОУ
$\Rightarrow$ х = 0, у = $-9\cdot 0^4 + 10\cdot 0^2 - 1 = -1$.
Точка пересечения с осью ОУ: В(0; - 1)
2) Найдём точки пересечения с осью ОХ (их четыре)
$\Rightarrow$ у = 0, $-9x^4 + 10x^2 - 1 = 0$
Введём подстановку $x^2 = t$, тогда уравнение примет
Вид $-9t^2 + 10t - 1 = 0$

D= 100 - 4·(-9)·(-1)=64>0 (уравнение имеет два корня)

$\sqrt{64} = 8$; $t_1 = \dfrac{-10+8}{2(-9)} = \dfrac{-2}{-18} = \dfrac{1}{9}$

$t_2 = \dfrac{-10-8}{2(-9)} = \dfrac{-18}{-18} = 1$

при $t = \dfrac{1}{9} \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{1}{9} \Leftrightarrow x_1 = \dfrac{1}{3};\ x_2 = -\dfrac{1}{3}$.

при $t = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 1;\ x_2 = -1$.

По рисунку график пересекает ось ОХ в четырёх точках (- 1;0), ($-\dfrac{1}{3}$; 0), (1;0), ($\dfrac{1}{3}$; 0)

По рисунку точка А(-1;0), точка С($\dfrac{1}{3}$; 0)

Ответ: А(-1;0), В(0; - 1), С($\dfrac{1}{3}$; 0).

--- Домашнее задание.1) Найти область определения функций: $y = \frac{1}{\sqrt{x-7}}$;

$y = \frac{1}{x+x-12}$; $y = \frac{1}{\sqrt{2x-x-6}}$.

2) Найти точки пересечения с осями координат функций: $y = x^2 + 5x - 24$;
$y = (2x - 4)(6 + 3x)$.

3) С.З. № 5.20, 5.21(2 вариант)

--- Итог урока.

ЗАНЯТИЕ 8

ТЕМА: Самостоятельная работа.

Цель урока: Проверить знания учащихся после изучения тем: элементарные функции, свойства функции.

План урока:

1. Организационный момент.
2. Тест по теории.
3. Самостоятельная работа.
4. Итог урока.

Ход урока:

--- Организационный момент. Тема урока. Цель урока.

--- Тест по теории.

-- Самостоятельная работа.

№1 (С.З №4.2)Построить график функции и исследовать её.

№2 (С.З № 4.9) Исследовать функцию.

--- Итог урока.

ТЕСТ

Тема: «Элементарные функции»

1 ВАРИАНТ

Вопросы	Ответы	+;-
1. Как называется зависимость одной переменной (x), от другой (y), при которой каждому значению x соответствует единственное y ?		
2. Как называется переменная x?		
3. Что образует множество значений независимой переменной?		
4. Как называется функция которая задаётся формулой $y=kx+b$, где k и b-числа, x- переменная? Что является графиком этой функции? (схематически изобразить при $k>0$ и $k<0$)		
5. Задать формулой обратную пропорциональность.(изобразить схематически при $k>0$)		
6. Как называется функция которая задаётся формулой $y = x^n$? (схематически изобразить если n-нечётное число)		
7. Назовите функцию которая задаётся формулой $y = ax^2 + bx + c$, где a,b,c – числа а x – переменная? Что является графиком?		
8. Что можно определить по числу c, зная формулу квадратичной функции?		
9. Определить направление ветвей параболы и пересечение графика оси OY, для функции $y = -x^2 + 4x + 5$.		
10. Схематически изобразить график функции $y = \sqrt{x}$.		

2 ВАРИАНТ

Вопросы	ответы	+; -
1. . Как называется зависимость одной переменной (x), от другой (y), при которой каждому значению x соответствует единственное y ?		
2. Как называют переменную y?		
3. Что образует множество зависимой переменной?		
4. Как называется функция которая задаётся формулой $y = kx$, где k-число, а x – переменная? Что является графиком этой функции? Изобразить схематически при $k>0$ и $k<0$/		
5. Задать формулой обратную пропорциональность.(изобразить схематически при $k<0$.		
6. Как называется функция которая задаётся формулой $y = x^n$? (схематически изобразить если n-чётное число.		
7. Назовите функцию которая задаётся формулой $y = ax^2 + bx + c$, где a,b,c – числа а x – переменная? Что является графиком?		
8. Что можно определить по числу a, зная формулу квадратичной функции?		
9. Определить направление ветвей параболы и пересечение графика оси OY, для функции $y = 2x^2 – 7x + 3$.		
10. Схематически изобразить график функции $y = \|x\|$		

СЛОЖНЫЕ ФУНКЦИИ.
ЗАНЯТИЕ 9
ТЕМА: Разрывные и кусочно-заданные функции. Построение графиков разрывных функций.

Цель урока: Дать понятие разрывной и кусочно-заданной функциями. Знать что называется точкой разрыва функции. Уметь строить разрывные и кусочно-заданные функции. Повторить свойства функции.

План урока:

1. Организационный момент.
2. Анализ самостоятельной работы.
3. Теоретический материал.
4. Практические задания.
5. Домашнее задания.
6. Итог урока.

Ход урока:

--- Организационный момент. Тема урока. Цель урока.

--- Анализ самостоятельной работы.

Работа над ошибками.

--- Теоретический материал.

Как уже говорилось, одно из основных назначений функций – описание реальных процессов, происходящих в природе. Но издавна учёные – философы и естествоиспытатели выделили два противоположных типа течения процессов: постепенное (непрерывное) и скачкообразное.

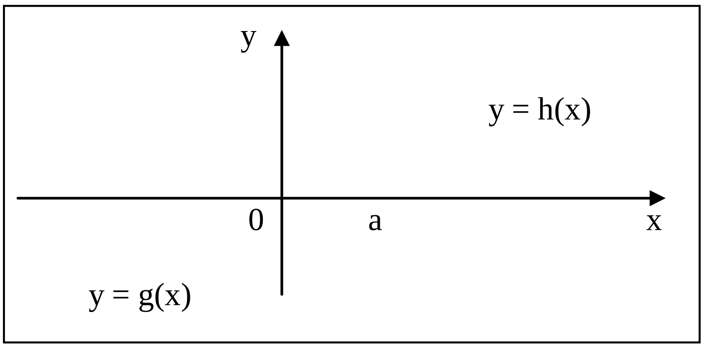
Соответственно с этим, рассматриваются и два типа изменения величин. Так, падении тела на землю сначала происходит непрерывное нарастание скорости движения, а в момент столкновения с поверхностью земли скорость изменяется скачкообразно, становится равной нулю или меняя направление (знак) при отскоке тела от земли (например, если тело мяч).

Другой пример – размыкания электрической цепи или же, наоборот, подключение её к источнику напряжения, изменение силы тока в этой цепи.

Конечно, более тщательное рассмотрение указанных процессов, позволяет и в моменты разрыва обнаружить непрерывное, но очень быстро происходящее изменение. Однако учёт деталей этого изменения приводит к неоправданным усложнениям, так что обычно разумнее применять разрывные зависимости.

Но раз существуют разрывные процессы, то необходимы и средства для их описания. С этой целью вводятся функции, имеющие разрывы, скачки.

Пусть функция $y = f(x)$, при $x<a$ определена формулой $y = g(x)$, а при $x>a$ другой формулой $y = h(x)$; причём, будем считать, что каждая из функций g и h определены при всех x и разрывов не имеют. Тогда если $g(a)\neq h(a)$, то функция f имеет при $x = a$ скачок (рисунок). Значение $x = a$ принято называть **точкой разрыва** функции f.



Например, функция y = $\frac{1}{x}$ определена и при x<0, и при x>0, но не определена при x = 0; значит, точка x = 0 служит для этой функции единственной точкой разрыва.
Если же g(x) = h(x), причём f(a) = g(a) = h(a), то функция f «комбинированная функция» а разрывов не имеет.
Если обе функции g и h элементарные, то функция f в описанном выше случае называется ***<u>кусочно – элементарной.</u>***

Кусочно-элементарная функция может быть определена и более чем двумя формулами, например:

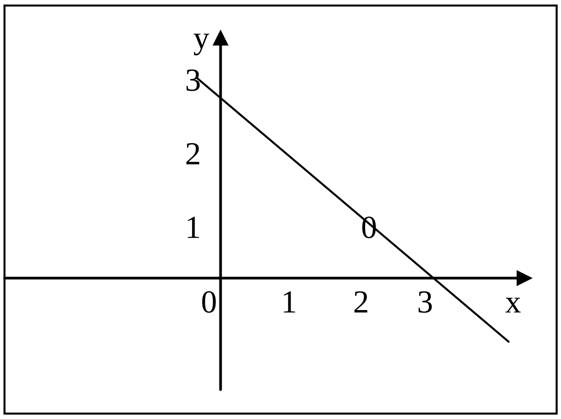
$$y = \begin{cases} x^2 + 1 & при\ -\infty < x \le -1, \\ x + 3 & при\ -1 < x \le 2, \\ \frac{20}{x} & при\ 2 < x < +\infty \end{cases}$$

Эта функция не имеет скачков. Она может определяться даже бесконечным множеством формул.
--- Практическое задание.

1) Постройте график функции y = $\frac{x2-5x+6}{2-x}$. При каких значениях аргумента функция принимает положительные значения?
2) Постройте график функции y = $\frac{x2-4}{8-4x}$ и найдите её область значений.
3) Постройте график функции y = $\frac{x3-x}{x-1}$. Исследуйте функцию.

1)Решение: Область определения этой функции все значения кроме 2, так как знаменатель 2 - x≠ 0 ⇒ x≠2.
Упростим выражение $\frac{x2-5x+6}{2-x} = \frac{(x-3)(x-2)}{-(x-2)} = \frac{x-3}{-1}$ =-(x-3)=3-x.
Разложим на множители трёхчлен $x^2 - 5x + 6 = (x-3)(x-2)$;
$x^2 - 5x + 6 = 0$
$D = (-5)^2 - 4\cdot 1\cdot 6 = 1 > 0$ (уравнение имеет два корня) $\sqrt{1}=1$
$x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$; $x_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$.
Функция y = $\frac{x2-5x+6}{2-x}$ ⇔3-x (при x≠2) график прямая с разрывом в точке x = 2.

x	1	3
y	2	0



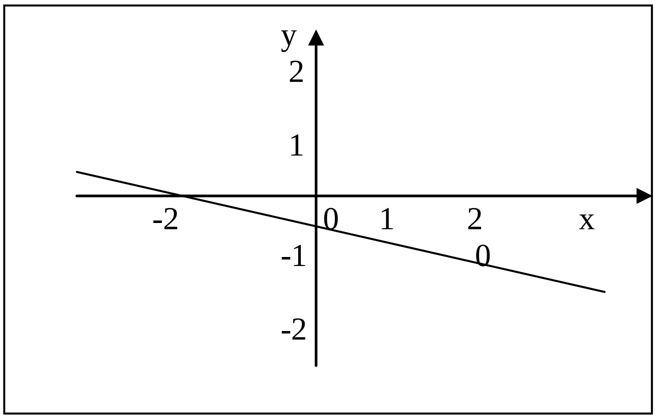
Положительные значения функция принимает при $x \in (-\infty; 2) \cup (2;3)$.

2)Решение: Область определения функции все числа кроме x = 2, т.к. 8-4x $\neq$0; x $\neq$2.

Упростим выражение $\frac{x2-4}{8-4x} = \frac{(x-2)(x+2)}{4(2-x)} = \frac{-(2-x)(x+2)}{4(2-x)} = \frac{-(x+2)}{4}$

y = $\frac{-x-2}{4}$ - график прямая точка разрыва x = 2, чтобы построить прямую найдём две точки

x	0	-2
y	-½	0



При x = 2 y = $\frac{-2-2}{4} = \frac{-4}{4} = -1$. Область значения функции y$\in(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$

Ответ: y$\in(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$

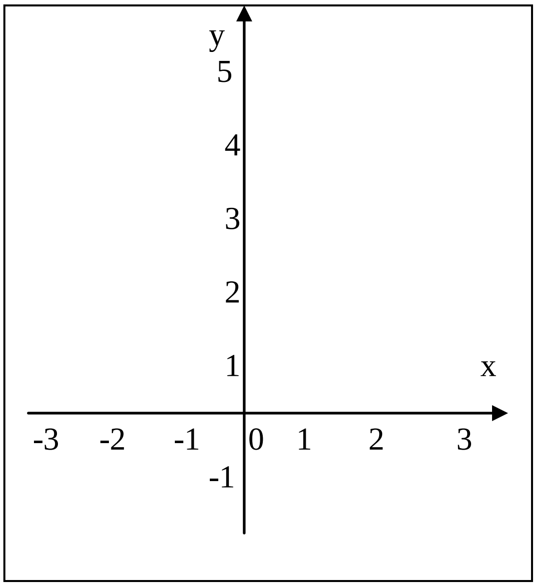
3)Решение: Область определения функции все числа кроме 1 т.к. знаменатель x – 1 $\neq$0,

x $\neq$1.Упростим выражение $\frac{x3-x}{x-1} = \frac{x(x2-1)}{x-1} = \frac{x(x-1)}{x-1}(x+1) = x(x+1)$ = x^2 +x;

y = x^2 + x – график парабола точка разрыва x = 1 y =2, ветви направлены вверх.

Вершина параболы: $(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2})$

x	0	1	2	-1	-2	-3
y	0	2	6	0	2	6



Свойства функции:

1. x$\in(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$
2. y$\in\left[-\frac{1}{2};2\right)\cup(2;+\infty)$
3. y =0 x=0;-1
4. убывает x$\in\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$; ;возрастает x$\in\left(-\frac{1}{2};1\right)\cup(1;+\infty)$
5. Функция разрывная, точка разрыва x =1y =2
6. Функция ограничена снизу.
7. Выпукла снизу.
8. при y>0, x$\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$

   При y<0, x$\in(-1;0)$

9.Точка экстремума $y_{min} = -\frac{1}{2}$

--- Домашнее задание: 1)Повторить графики элементарных функций.

2) С.З № 4.11, 4.12, 4.13.(2 вариант)

--- Итог урока.

ЗАНЯТИЕ 10
ТЕМА: Построение разрывных функций.

Цель урока: Повторить свойства функции. Повторить понятия разрывной функции и кусочно-заданной функции. Уметь исследовать функции и строить функции по заданной формуле..

План урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение теоретического материала.
3. Решение задач.
4. Домашнее задание.
5. Итог урока.

Ход урока:

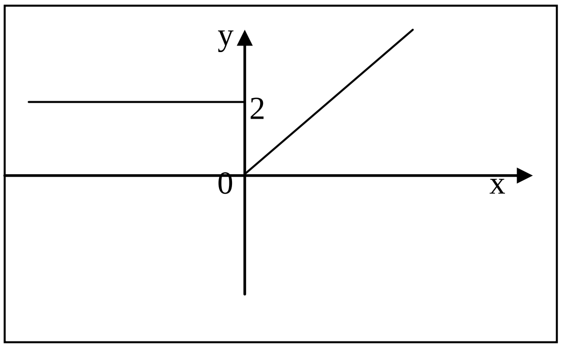
--- Организационный момент. Тема урока. Цель урока.

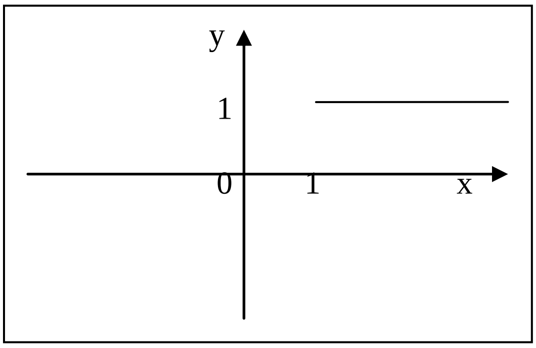
--- Повторение. На последнем уроке мы познакомились с кусочно-элементарными и разрывными функциями.

Как вы понимаете разрывная функция? Кусочно–элементарная функция?

Устные упражнения:

1) Исследовать функции.





2) Дана функция $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{x}, & \text{если } x \le -1 \\ -3x^2, & \text{если } -1 < x \le 4 \end{cases}$

Найти f(- 4); f(-1); f(1); f(3); f(4).

--- Решение письменных задач.

1. Построить график функции $y = \dfrac{2x+8}{x+4x}$. При каких значениях x выполняется неравенство y<2?
2. Построить график функции $y = \dfrac{x^3 - x^2 - 2x}{2x - x^2}$. При каких значениях x выполняется неравенство $y \le 3$?
3. Построить график функции $y = \dfrac{(x+7x+12)(x+3x+2)}{x+6x+8}$.

--- Домашнее задание: С.3 № 4.14, 4.24,4.25 (2 вариант)

--- Итог урока.

ЗАНЯТИЕ 11
ТЕМА: Построение кусочно-заданных функций.

Цель урока: Повторить квадратичную функцию. Повторить свойства функции. Повторить понятия разрывной функции и кусочно-заданной функции. Уметь исследовать функции и строить функции по заданной формуле.

План урока:

1. Организационный момент.
2. Устные упражнения.
3. Решение заданий по теме.
4. Домашнее задание.
5. Итог урока.

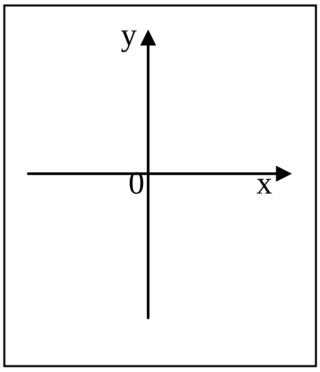
Ход урока:

--- Организационный момент. Тема урока. Цель урока.

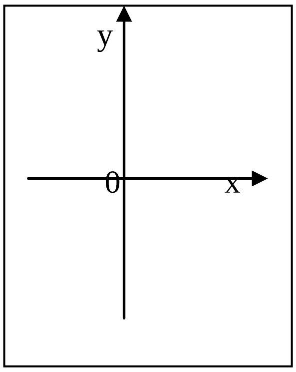
--- Устные упражнения:

1. Дана функция $y = ax^2 + bx + c$. На каком рисунке изображён график этой функции, если известно, что $a>0$ и квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два положительных корня?

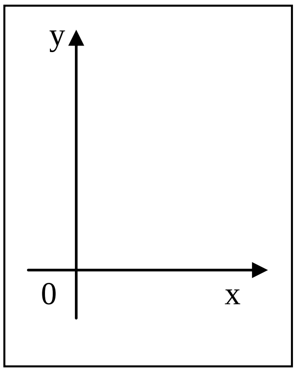
А)



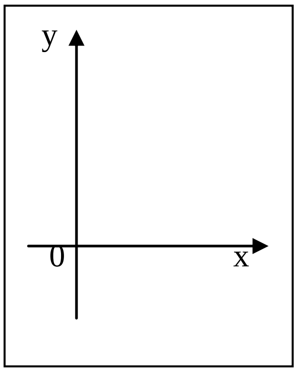
Б)



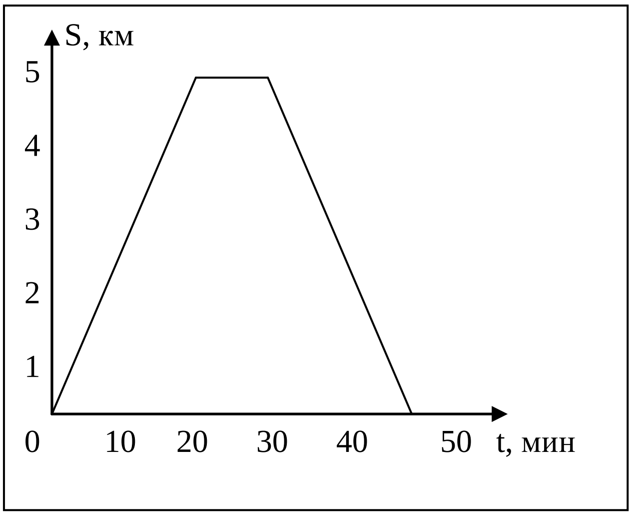
В)



Г)



2. Велосипед выехал из дома, доехал до почты и пробыл там некоторое время, вернулся домой. На рисунке изображён график его движения. Найдите скорость велосипедиста на обратном пути, выразив её в километрах в час.



Решение: На обратный путь он затратил 15 мин, расстояние 5 км.

15 мин = $\frac{15}{60}ч = \frac{1}{4}ч$. Чтобы найти скорость надо расстояние разделить на время пути.

5 : $\frac{1}{4}$ =5·4= 20 км/ч

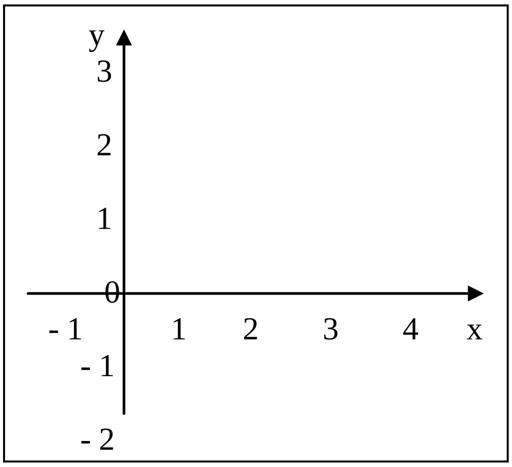
3. На рисунке изображён график функции y = f(x). Из приведённых утверждений выберите верное.

А) f(- 1)< f(2)

Б) Функция y = f(x) убывает на промежутке (−∞;1].

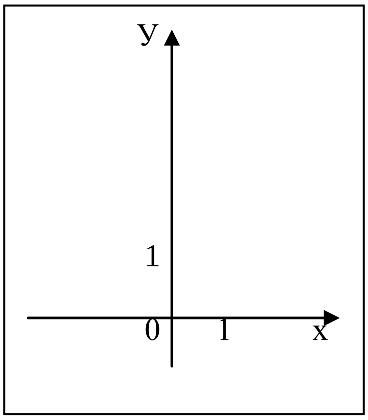
В) f(0) = 2

Г) Функция принимает наименьшее значение при x = 3.



4. График какой функции изображён на рисунке? (выбрать верный из предложенных ответов)

А) y = 2x   Б) y = 2x +1   В) $2x^2$ Г) $y = 2x^2 + 1$



--- Решение письменных заданий.

1. Постройте график функции y = f(x), где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{2}, если \quad x \le -2 \\ -2, \quad если \ -2 < x < 2 \\ \frac{x-6}{2}, если \quad x \ge 2. \end{cases}$$

Найдите значение функции при x = - 10.

Решение: Разобьём функцию на три составляющие части

1) y = $\frac{x-2}{2}$, график этой функции прямая, она задана на промежутке x≥ - 2

чтобы построить прямую, достаточно знать две точки.

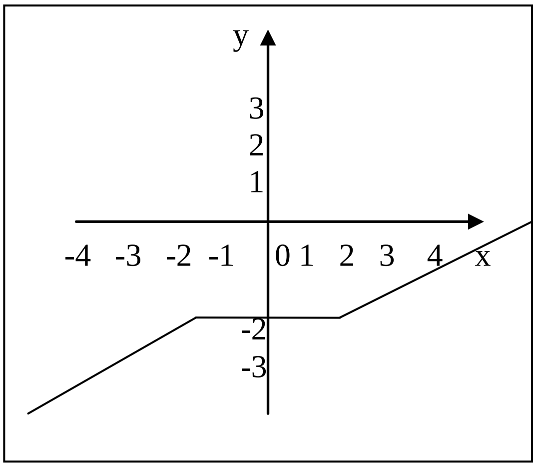
x	-2	-4
y	-2	-3

2) у = - 2, график этой функции прямая проходящая через точку (0; - 2), параллельная оси x, она задана на промежутке -2≤ x ≤ 2.

3) y = $\frac{x-6}{2}$, график этой функции прямая, она задана на промежутке x ≥ 2.

x	2	4
y	-2	-1

Строим график



Найдём значение функции при x = - 10

т.к. x = – 10 расположено в промежутке x≤ - 2, то значение x = - 10 подставим в формулу y = $\frac{x-2}{2} \Rightarrow y = \frac{-10-2}{2} = \frac{-12}{2} = -6$

Ответ y = - 6.

2. Постройте график функции y = f(x), где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 - 1, \text{ если } -2 \le x \le 2 \\ 2 - x, \text{ если } x > 2 \\ x + 2, \text{ если } x < -2. \end{cases}$$

Укажите промежутки возрастания функции.

3. Постройте график функции y = f(x), где

$$f(x) = \begin{cases} |x|, \text{ если } |x| \le 2 \\ 6 - x^2, \text{ если } |x| > 2 \end{cases}$$

При каких значениях x значение функции y = f(x) положительны?

--- Домашнее задание: С.З. № 4.15, 4.17, 4.20 (2 вариант)

--- Итог урока.

Занятие 12

ТЕМА: построение разрывных и кусочно-заданных функций.

Цель урока: Проверить знания учащихся по теме «разрывные и кусочно-заданные функции», умение исследовать функции и строить функции.

План урока:

1.Организационный момент.
2. Проверочный тест.
3. Самостоятельная работа.
4. Итог урока.

Ход урока:

--- Организационный момент. Тема урока. Цель урока.
--- Проверочный тест (Приложение № 6)
--- Самостоятельная работа.

1 вариант

1. Построить и исследовать функцию.
2. Построить кусочно-заданную функцию.

Найти значение выражения при x =

2 вариант

1. Построить и исследовать функцию.
2. Построить кусочно-заданную функцию.

Найти значение выражения при x =

Занятие 13

ТЕМА: Графики многочленов.

Цель урока:

План урока:

1.Организационный момент.

2.Анализ самостоятельной работы.

3. Теоретический материал.

4.Практические задания.

5. Домашнее задание.

6. Итог урока.

Ход урока.

--- При построении графиков многочленов, т.е. функций вида

$$y= a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} x + a_n , \text{ где } a_0 \neq 0, n \in N \qquad (1)$$